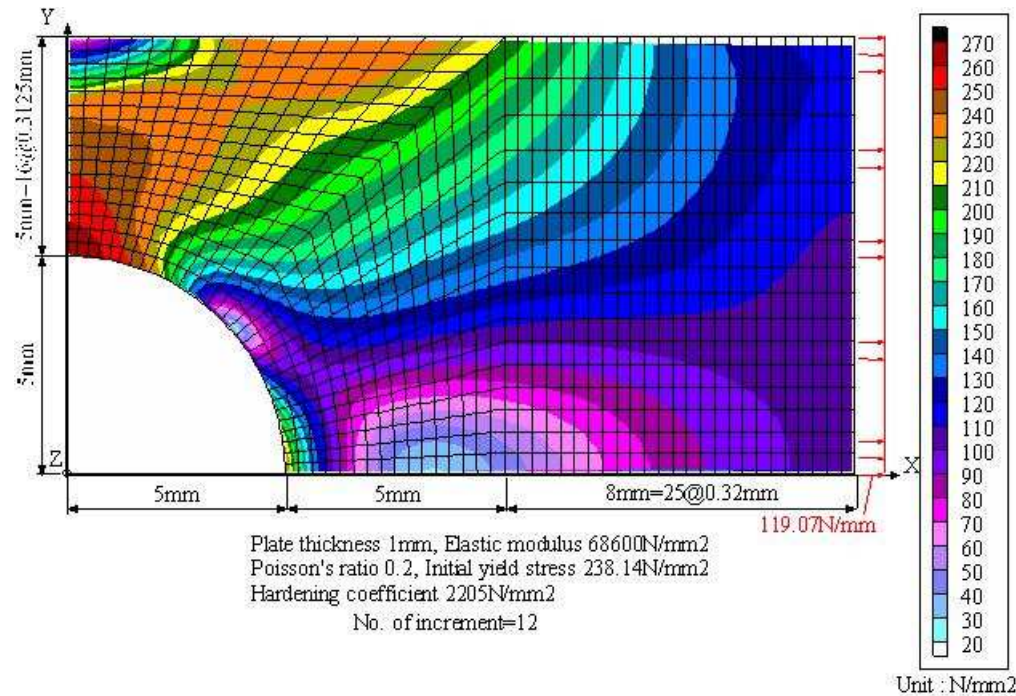


10. 有限要素法解析

(1) 概説と有限要素の種類



三好 崇夫
加藤 久人

1. 有限要素法 (FEM) とは？

工学分野で取り扱う基礎式の例

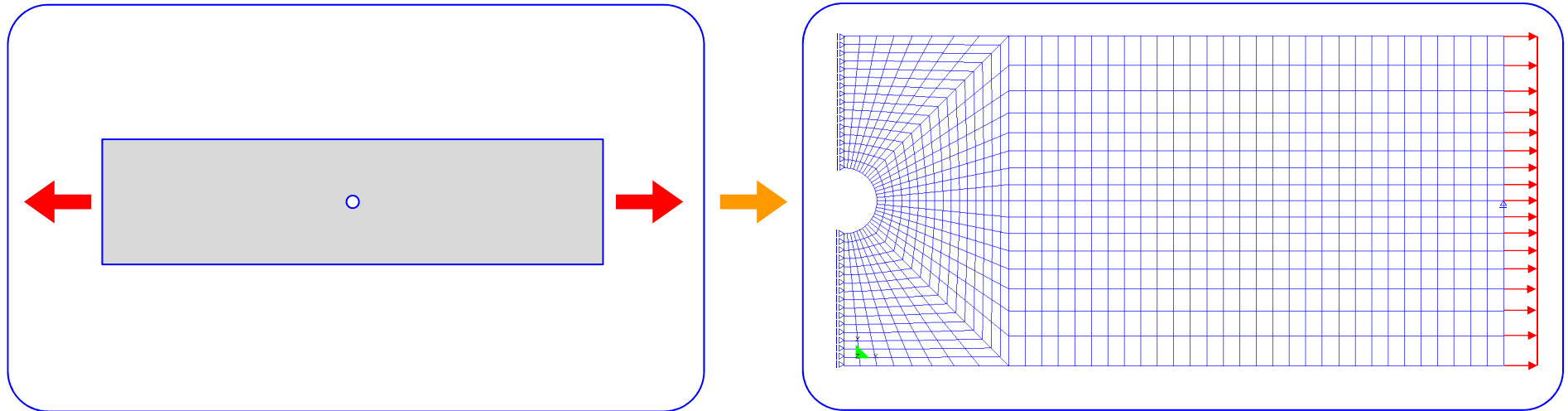
固体力学：
$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + F_x = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + F_y = 0$$

熱伝導：
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$



- ✓ 数学的に偏微分方程式
- ✓ 一般的に厳密解を得るのは困難

1. 有限要素法 (FEM) とは？



- ✓ 固体（連続体）を複数の要素に分割（離散化）
- ✓ 各要素で変位が未知数の釣り合い方程式作成
- ✓ それらを組み立てた構造全体の方程式を解く

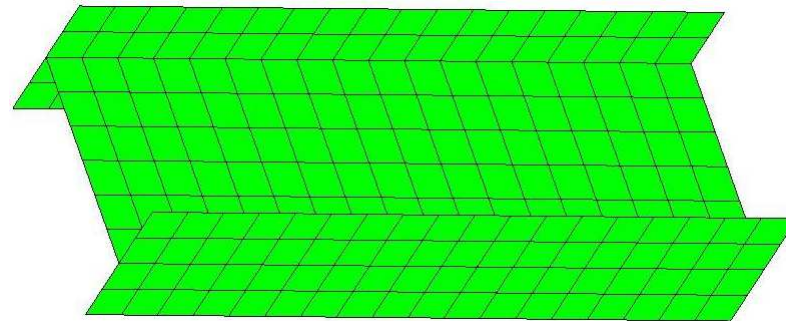


基礎式の近似解を求める手法

1. 有限要素法 (FEM) とは？

主な長所

- ✓ 細分割された固体の小部分の特徴（剛性等）：
→要素ごとの比較的簡単な式で近似的に表現可
- ✓ 要素の方程式から全体系の方程式をシステム
チックに組み立て可（ベクトルマトリックス
による定式化）
- ✓ 形状関数の導入により高い汎用性あり



1. 有限要素法 (FEM) とは？

主な短所

- ✓ 計算機の使用が必須 (手計算困難)
- ✓ モデル作成 (離散化) にある程度の手間が必要
- ✓ 汎用化されたブラックボックス：
→ 力学現象の把握が容易ではない



- FEMは計算結果の妥当性を判断できない!!
- 妥当性は飽くまでもユーザーが判断!!
- 構造問題：力の釣り合いが基本!!

2. 有限要素の種類

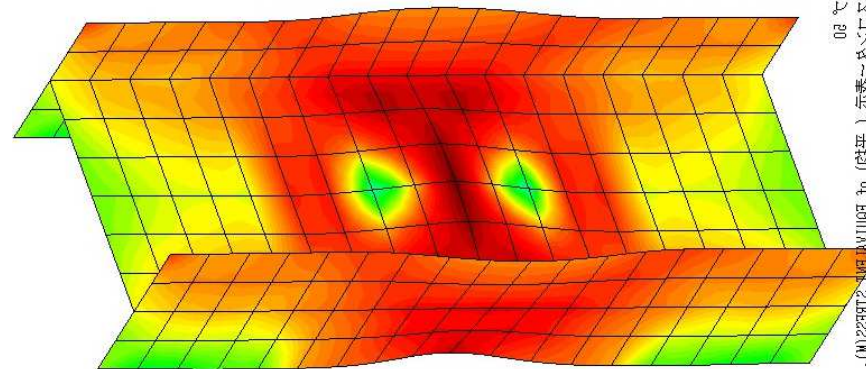
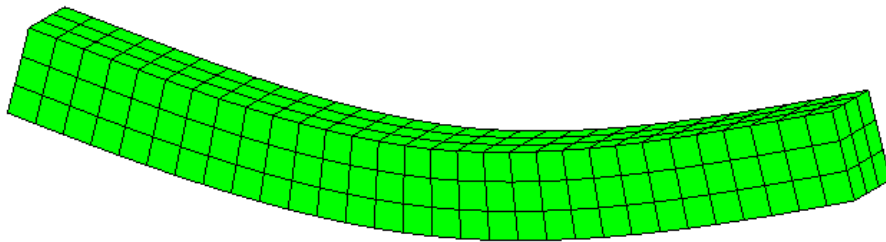
連続体要素と構造要素

連続体要素：並進変位のみを考える

(例) ソリッド要素, 平面応力要素

構造要素：並進変位と回転変位を考える

(例) シェル要素, はり要素

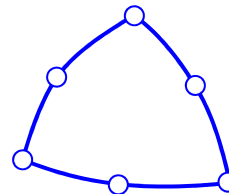
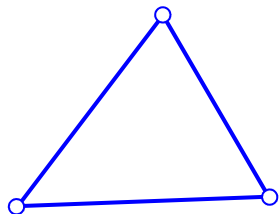


2. 有限要素の種類

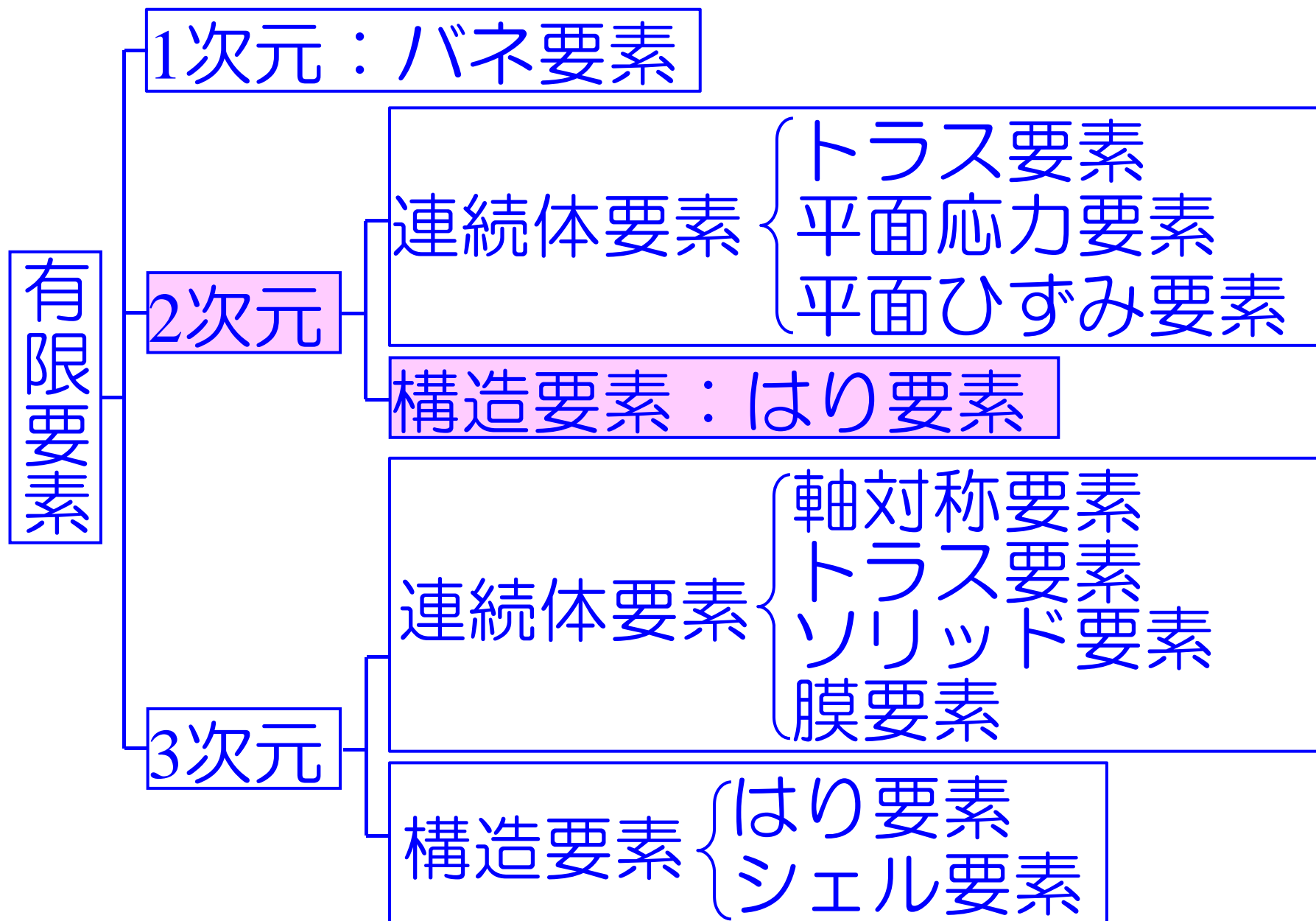
一次要素と高次要素

一次要素：要素内変位を一次式で近似
曲線形状を多直線近似，低計算精度
(例) 3節点定ひずみ三角形要素

高次要素：要素内変位を二次以上の式で近似
曲線形状を曲線近似，高精度
(例) 6節点アイソパラメトリック三辺要素



2. 有限要素の種類



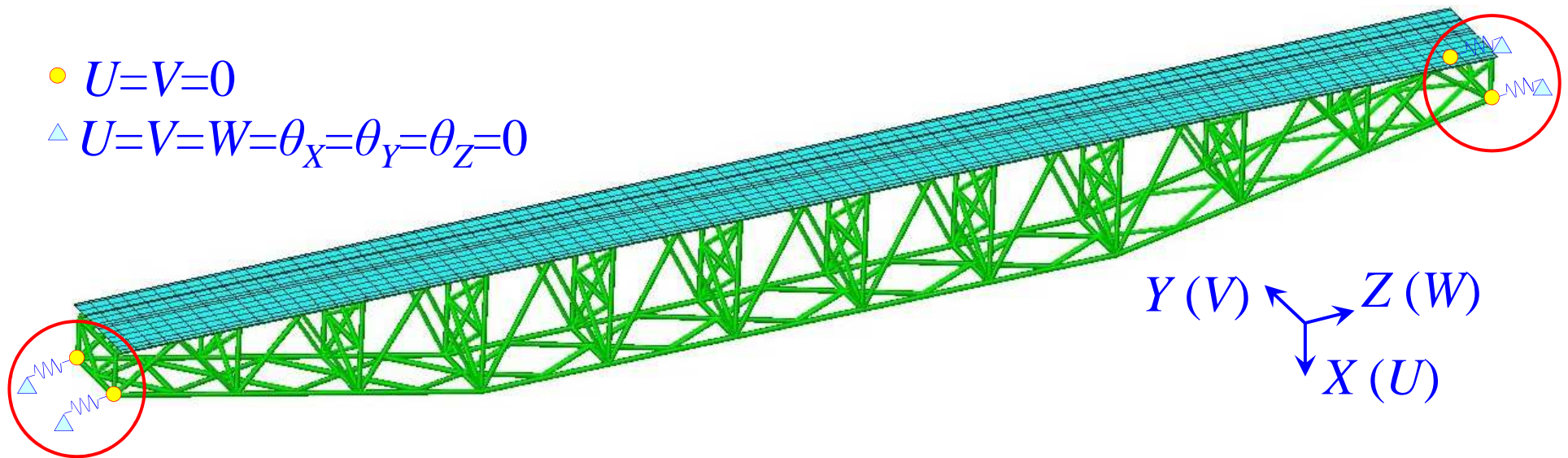
2. 有限要素の種類

バネ要素 

- ✓ 扱う変位： u (1自由度)
- ✓ 特徴：バネ剛性 ∞ として，変位の従属処理（多点拘束条件の処理）等にも適用可
- ✓ 適用例：ゴム支承，地盤バネ，スタッド等

- $U=V=0$

- △ $U=V=W=\theta_X=\theta_Y=\theta_Z=0$

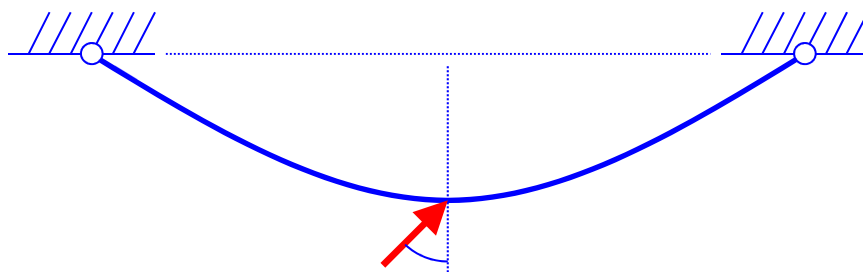


2. 有限要素の種類

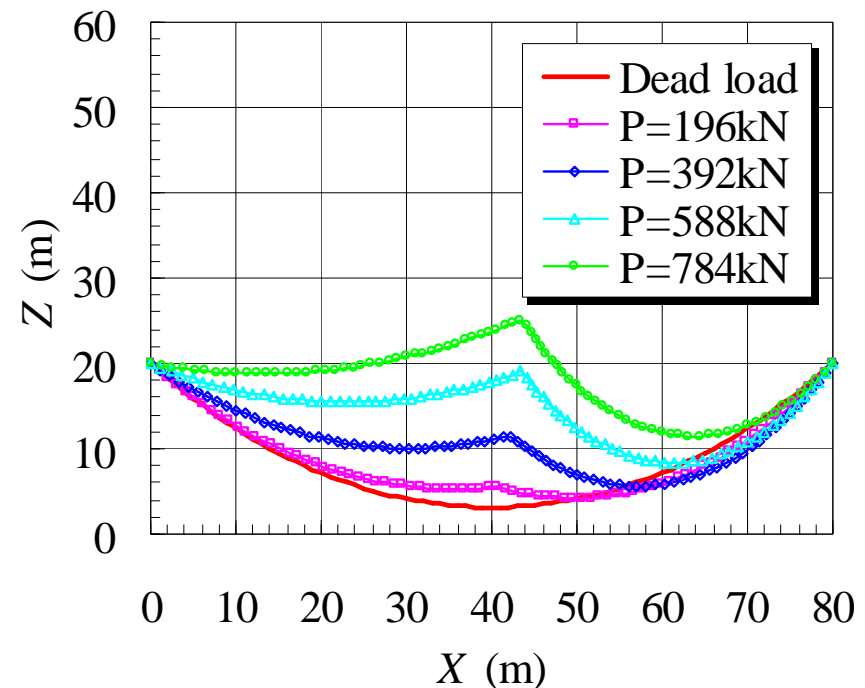
2次元トラス要素



- ✓ 扱う変位： u , v (2自由度)
- ✓ 特徴：ケーブルのモデル化（幾何学的非線形性考慮必要）にも適用可
- ✓ 適用例：RCやPCの鉄筋，PC鋼材等

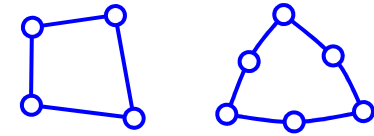


2次元柔ケーブル構造

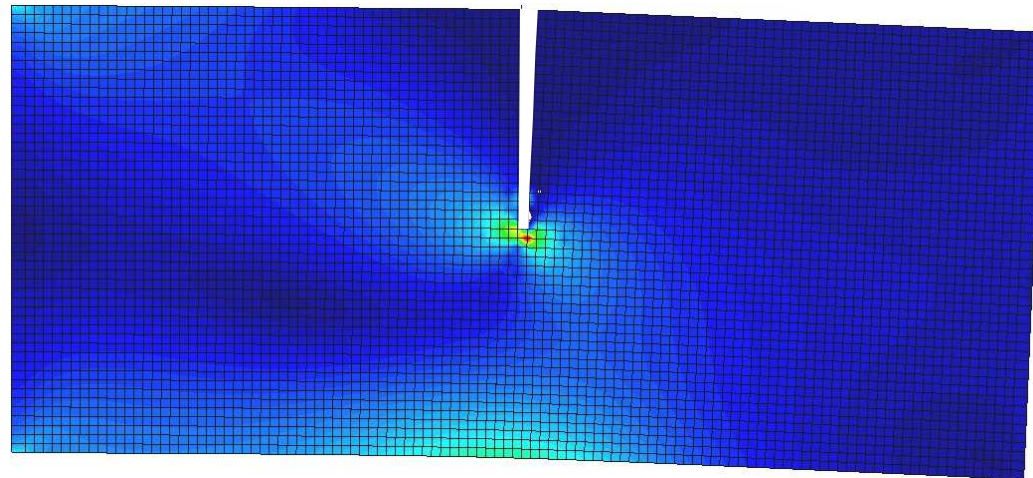


2. 有限要素の種類

2次元平面応力・ひずみ要素



- ✓ 扱う変位： u , v (2自由度)
- ✓ 特徴：線形弾性問題では，平面応力，平面ひずみの相違は応力-ひずみ関係のみ
- ✓ 適用例：薄板の面内応力解析（平面応力）
擁壁，トンネル地山（平面ひずみ）

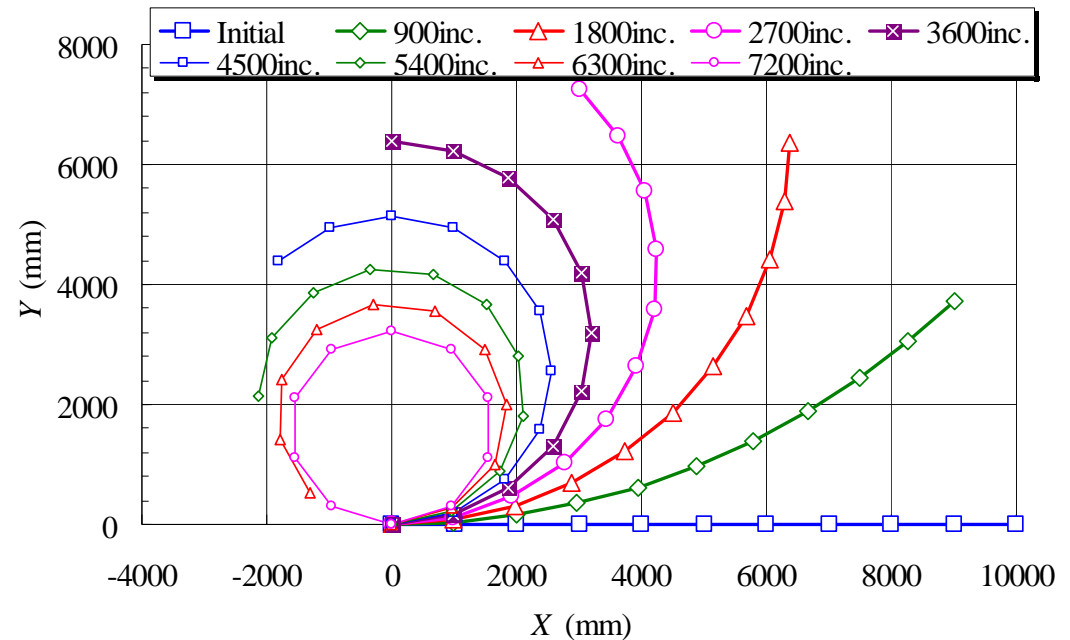
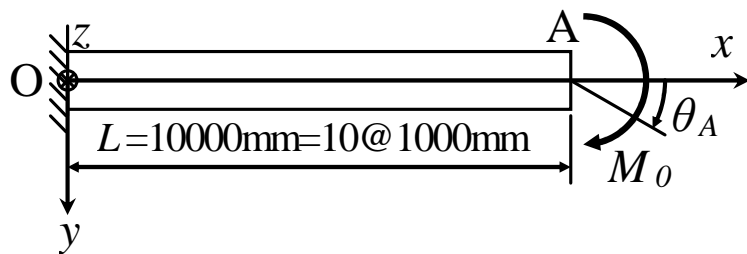


2. 有限要素の種類

2次元はり要素



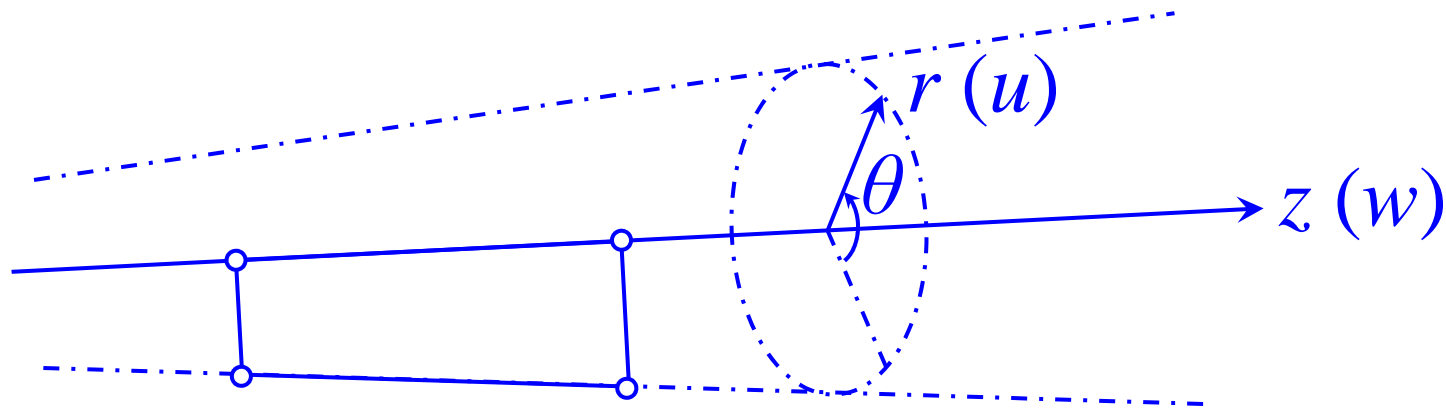
- ✓ 扱う変位： u , v , θ_z (並進2+回転1自由度)
- ✓ 特徴：面外せん断変形の考慮の有無により，Eulerはり要素，Timoshenkoはり要素の区別あり
- ✓ 適用例：橋梁のトラス弦材，主桁や橋脚



2. 有限要素の種類

軸対称要素

- ✓ 扱う変位： u , w (2自由度)
- ✓ 特徴：構造体軸まわりの対称条件を考慮して、扱う変位の数を $3 \rightarrow 2$ へ低減
- ✓ 適用例：シャフトや水圧鉄管などの応力解析



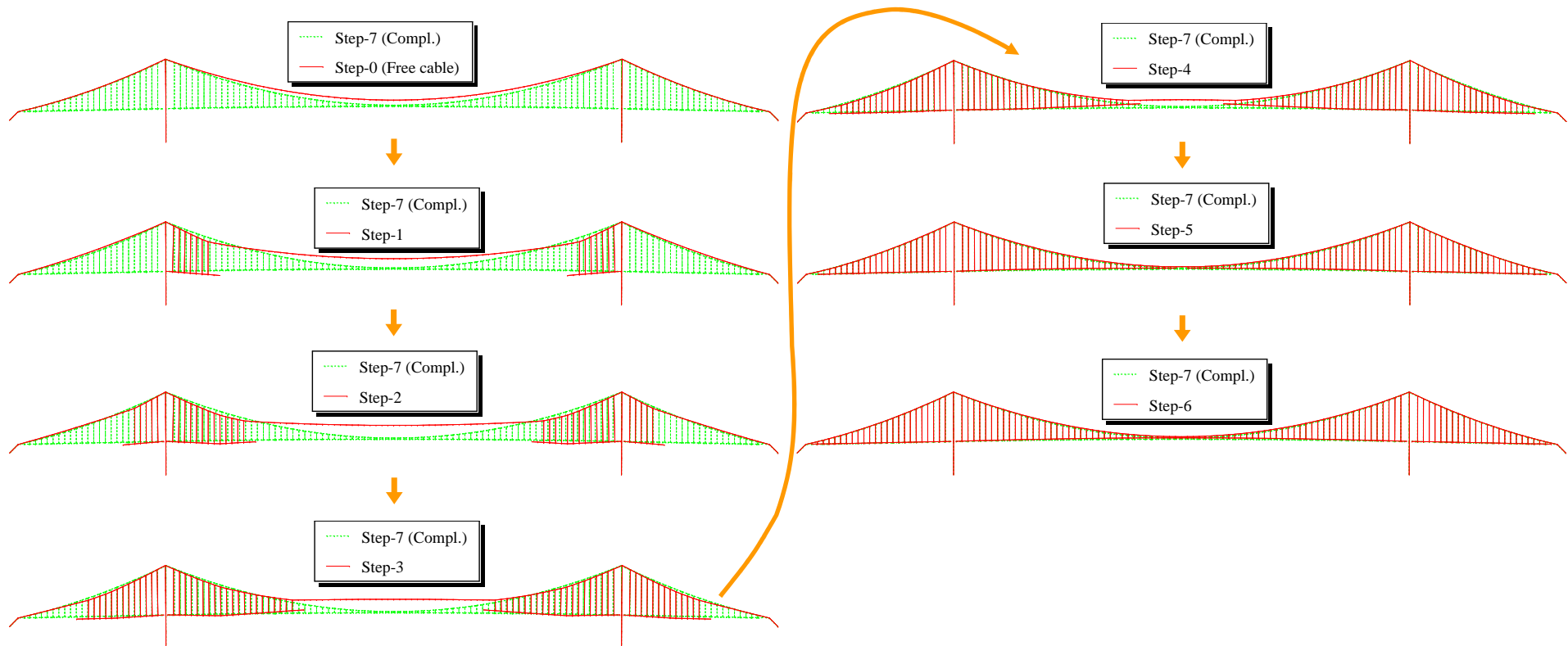
2. 有限要素の種類

3次元トラス要素



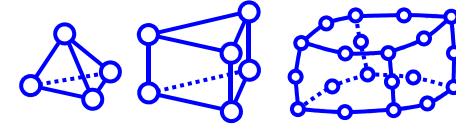
✓ 扱う変位： u , v , w (3自由度)

✓ 適用例：ケーブル, 吊材, 鉄筋, PC鋼材等

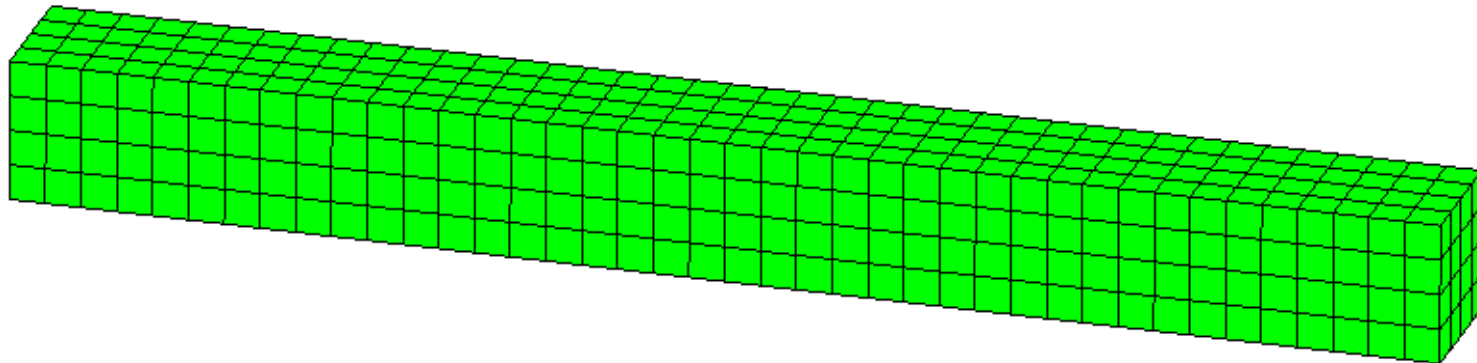


2. 有限要素の種類

3次元ソリッド要素

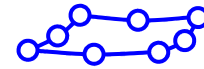


- ✓ 扱う変位： u , v , w (3自由度)
- ✓ 特徴：4面体, 5面体, 6面体要素あり
- ✓ 適用例：ボルト接合構造, 溶接部などの応力解析



2. 有限要素の種類

膜要素

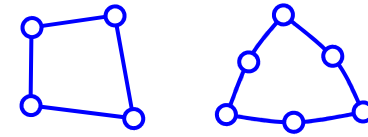


- ✓ 扱う変位： u , v , w (3自由度)
- ✓ 特徴：曲げ剛性なし
- ✓ 適用例：曲げ剛性に比して膜剛性の卓越する構造

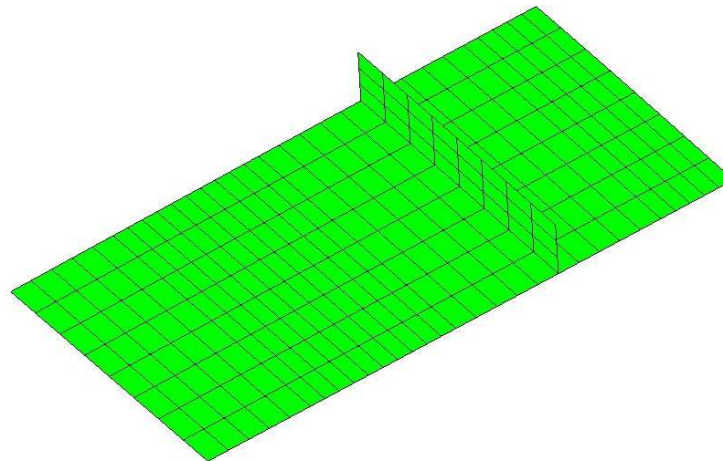


2. 有限要素の種類

シェル要素



- ✓ 扱う変位： u , v , w , θ_x , θ_y (並進3+回転2)
- ✓ 特徴：面外せん断変形の考慮の有無により，Kirchhoff要素，Mindlin要素の区別有
- ✓ 適用例：板要素，薄板集成立体構造物の応力解析や強度解析



2. 有限要素の種類

3次元はり要素



- ✓ 扱う変位： $u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$ （並進3＋回転3）
- ✓ 特徴：Euler, Timoshenkoの区別のほか，開断面，閉断面の区別あり
（開断面： θ_{xx} を加えた7自由度）
- ✓ 適用例：3次元骨組モデルのトラス部材等

