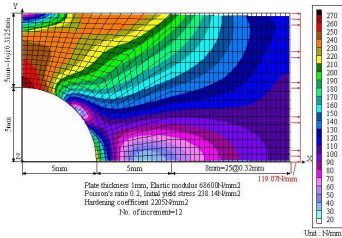


## 10. 有限要素法解析

### (1) 概説と有限要素の種類



三好 崇夫  
加藤 久人

## 1. 有限要素法 (FEM) とは?

工学分野で取り扱う基礎式の例

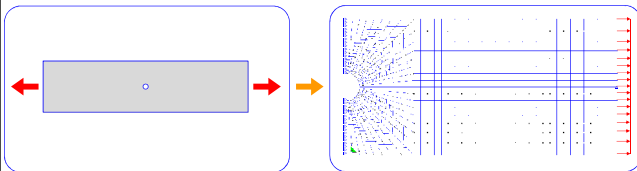
$$\text{固体力学: } \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + F_x = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + F_y = 0$$

$$\text{熱伝導: } \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$



- ✓ 数学的に偏微分方程式
- ✓ 一般的に厳密解を得るのは困難

## 1. 有限要素法 (FEM) とは?



- ✓ 固体 (連続体) を複数の要素に分割 (離散化)
- ✓ 各要素で変位が未知数の釣り合い方程式作成
- ✓ それらを組み立てた構造全体の方程式を解く

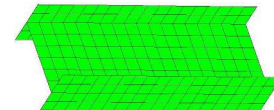


基礎式の近似解を求める手法

## 1. 有限要素法 (FEM) とは?

主な長所

- ✓ 細分割された固体の小部分の特徴 (剛性等) :  
→ 要素ごとの比較的簡単な式で近似的に表現可
- ✓ 要素の方程式から全体系の方程式をシステムチックに組み立て可 (ベクトル・マトリックスによる定式化)
- ✓ 形状関数の導入により高い汎用性あり



## 1. 有限要素法 (FEM) とは?

主な短所

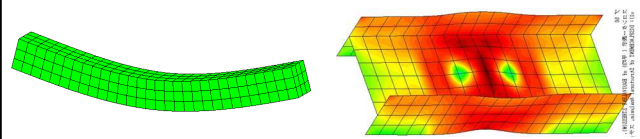
- ✓ 計算機の使用が必須 (手計算困難)
  - ✓ モデル作成 (離散化) にある程度の手間が必要
  - ✓ 汎用化されたブラックボックス:  
→ 力学現象の把握が容易ではない
- ↓
- FEMは計算結果の妥当性を判断できない!!
  - 妥当性は飽くまでもユーザーが判断!!
  - 構造問題: 力の釣り合いが基本!!

## 2. 有限要素の種類

連続体要素と構造要素

連続体要素: 並進変位のみを考える  
(例) ソリッド要素, 平面応力要素

構造要素: 並進変位と回転変位を考える  
(例) シェル要素, はり要素



## 2. 有限要素の種類

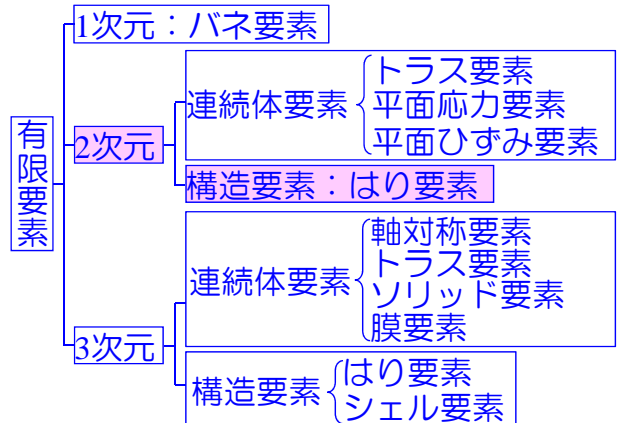
### 一次要素と高次要素

一次要素：要素内変位を一次式で近似  
 曲線形状を多直線近似，低計算精度  
 (例) 3節点定ひずみ三角形要素

高次要素：要素内変位を二次以上の式で近似  
 曲線形状を曲線近似，高精度  
 (例) 6節点アイソパラメトリック三辺要素



## 2. 有限要素の種類

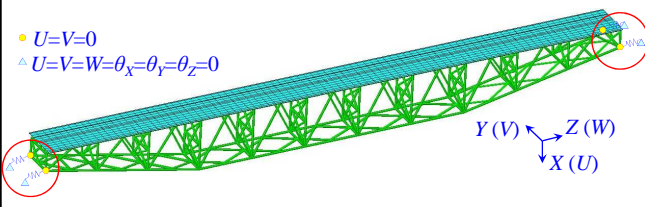


## 2. 有限要素の種類

### バネ要素

- ✓ 扱う変位： $u$  (1自由度)
- ✓ 特徴：バネ剛性 $\infty$ として，変位の従属処理 (多点拘束条件の処理) 等にも適用可
- ✓ 適用例：ゴム支承，地盤バネ，スタッド等

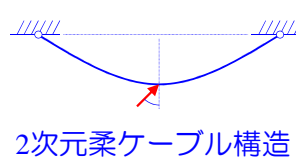
$\bullet U=V=0$   
 $\blacktriangle U=V=W=\theta_x=\theta_y=\theta_z=0$



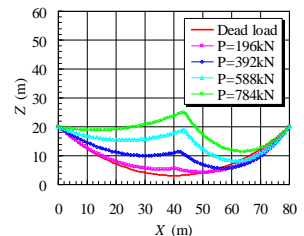
## 2. 有限要素の種類

### 2次元トラス要素

- ✓ 扱う変位： $u, v$  (2自由度)
- ✓ 特徴：ケーブルのモデル化 (幾何学的非線形性考慮必要) にも適用可
- ✓ 適用例：RCやPCの鉄筋，PC鋼材等



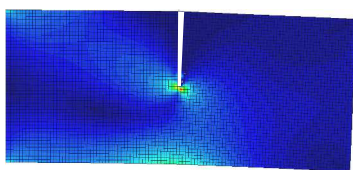
2次元柔ケーブル構造



## 2. 有限要素の種類

### 2次元平面応力・ひずみ要素

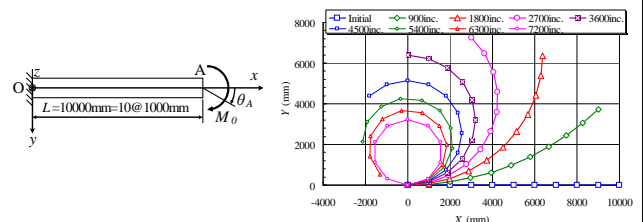
- ✓ 扱う変位： $u, v$  (2自由度)
- ✓ 特徴：線形弾性問題では，平面応力，平面ひずみの相違は応力-ひずみ関係のみ
- ✓ 適用例：薄板の面内応力解析 (平面応力) 擁壁，トンネル地山 (平面ひずみ)



## 2. 有限要素の種類

### 2次元はり要素

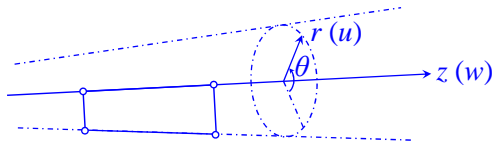
- ✓ 扱う変位： $u, v, \theta_z$  (並進2+回転1自由度)
- ✓ 特徴：面外せん断変形の考慮の有無により，Eulerはり要素，Timoshenkoはり要素の区別あり
- ✓ 適用例：橋梁のトラス弦材，主桁や橋脚



## 2. 有限要素の種類

### 軸対称要素

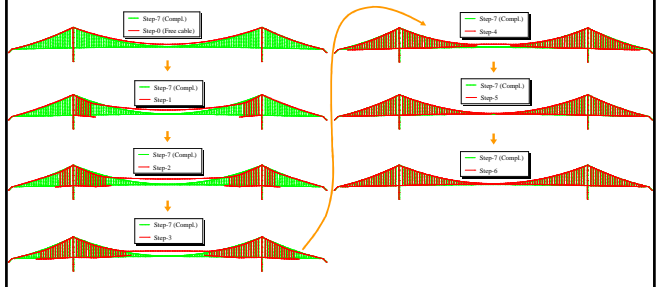
- ✓ 扱う変位： $u, w$  (2自由度)
- ✓ 特徴：構造体軸まわりの対称条件を考慮して、扱う変位の数 $3 \rightarrow 2$ へ低減
- ✓ 適用例：シャフトや水圧鉄管などの応力解析



## 2. 有限要素の種類

### 3次元トラス要素

- ✓ 扱う変位： $u, v, w$  (3自由度)
- ✓ 適用例：ケーブル, 吊材, 鉄筋, PC鋼材等

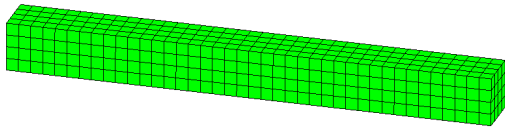


## 2. 有限要素の種類

### 3次元ソリッド要素



- ✓ 扱う変位： $u, v, w$  (3自由度)
- ✓ 特徴：4面体, 5面体, 6面体要素あり
- ✓ 適用例：ボルト接合構造, 溶接部などの応力解析



## 2. 有限要素の種類

### 膜要素



- ✓ 扱う変位： $u, v, w$  (3自由度)
- ✓ 特徴：曲げ剛性なし
- ✓ 適用例：曲げ剛性に比して膜剛性の卓越する構造



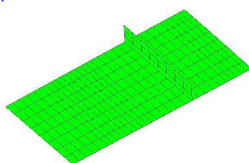
出典：<https://ja.wikipedia.org/wiki/%E6%9D%B1%E4%BA%AC%E3%83%89%E3%83%BC%E3%83%A0>

## 2. 有限要素の種類

### シェル要素



- ✓ 扱う変位： $u, v, w, \theta_x, \theta_y$  (並進3+回転2)
- ✓ 特徴：面外せん断変形の考慮の有無により, Kirchhoff要素, Mindlin要素の区別有
- ✓ 適用例：板要素, 薄板集成立体構造物の応力解析や強度解析



## 2. 有限要素の種類

### 3次元はり要素



- ✓ 扱う変位： $u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$  (並進3+回転3)
- ✓ 特徴：Euler, Timoshenkoの区別のほか, 開断面, 閉断面の区別あり (開断面： $\theta_{xx}$ を加えた7自由度)
- ✓ 適用例：3次元骨組モデルのトラス部材等

