令和3年度　専攻科入学試験問題及び解答用紙（学力）

数学

受験番号	

1. 以下の問に答えよ。答えのみを空欄に記せ。 [配点 52 点]

(1) 硬貨2枚を同時に投げた。少なくとも1枚は表が出たことが分かっているとき，2枚とも表が出ている確率を求めよ。

(1)	

(2) $0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ のとき，方程式 $\sqrt{3}\sin\theta - \cos\theta = 1$ を解け。

(2)	

(3) $\lim_{h\to 0}(1+h)^{\frac{1}{h}} = e$ を用いて，極限値 $\lim_{x\to -\infty}\left(1+\dfrac{1}{2x}\right)^{-x}$ を求めよ。

(3)	

(4) 楕円 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(x \geqq 0)$ と y 軸で囲まれた部分を y 軸の周りに1回転させてできる回転体の体積を求めよ。 ただし，$a>0, b>0$ とする。

(4)	

(5) 点 $\mathrm{A}(-2,1,3)$，$\mathrm{B}(-3,1,4)$，$\mathrm{C}(-3,3,5)$ で定まる $\triangle\mathrm{ABC}$ の面積を求めよ。

(5)	

(6) 方程式 $x^4-4x^2-12x-9=0$ を解け。

(6)	

(7) 初項 $a_1=\dfrac{5}{2}$，漸化式 $(n+1)a_n = na_{n-1}+n+2$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(7)	

(8) 行列 $A=\begin{pmatrix}4 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}$ のとき，A^n (n は自然数) を求めよ。

(8)	

令和 2 年度　専攻科入学試験問題及び解答用紙（学力）

数学

受験番号	

2. 関数 $f(x,y)=4x^2-2xy^2+y^5$ に対して，次の問に答えよ。　　[配点 16 点]

(1) $f_x(a,b)=f_y(a,b)=0$ を満たす (a,b) を求めよ。
[解答欄]

(2) (1) で求めた点において，極値を求めよ。
[解答欄]

令和2年度　専攻科入学試験問題及び解答用紙（学力）

数学

受験番号	

3. 2重積分 $I = \displaystyle\int\int_D \frac{1}{x+y}dxdy, \quad D = \{(x,y)|\ 0 \leqq x \leqq 1, 0 \leqq y \leqq 1\}$ を考える。次の問に答えよ。

[配点 16 点]

(1) ロピタルの定理を用いて，極限値 $\displaystyle\lim_{a\to+0} a\log a$ を求めよ。

[解答欄]

(2) 2重積分 $I_a = \displaystyle\int\int_{D_a} \frac{1}{x+y}dxdy, \quad D_a = \{(x,y)|\ a \leqq x \leqq 1, a \leqq y \leqq 1\}$ $(0 < a < 1)$ の値を求めよ。

[解答欄]

(3) 2重積分 I を求めよ.

[解答欄]

令和２年度　専攻科入学試験問題及び解答用紙（学力）

数学

受験番号	

4. $-\dfrac{\pi}{4} < x < \dfrac{\pi}{4}$ で定義された関数 y についての微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 4y = \dfrac{1}{\cos 2x} \cdots$ ① の一般解を以下の設問の手順にしたがって求めることを考える。次の問に答えよ。 [配点 16 点]

(1) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0$ の２つの一次独立解 y_1, y_2 を実関数の形で求め，そのロンスキ行列式 $W(y_1, y_2)$ を計算せよ。ここでロンスキ行列とは $W(y_1, y_2) = y_1\dfrac{dy_2}{dx} - y_2\dfrac{dy_1}{dx}$ のことである。

[解答欄]

(2) 式 ① の特殊解が $\dfrac{du}{dx}y_1 + \dfrac{dv}{dx}y_2 = 0$ を満たす $u(x)$, $v(x)$ を用いて $y = u(x)y_1 + v(x)y_2$ という形に書けると仮定したとき，$u(x)$, $v(x)$ それぞれが満たす一階の微分方程式を導け。

[解答欄]

(3) 式 ① の一般解を求めよ。

[解答欄]