平成３０年度　専攻科入学試験問題及び解答用紙（学力）

一般科目　数学

受験番号	

1. 以下の問に答えよ．答えのみを空欄に記せ．

(1) 4点 A$(-3,4,-2)$, B$(-2,5,-2)$, C$(-1,5,-3)$ に対して，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ の両方に垂直な単位ベクトル $\vec{n}$ を求めよ．

(2) 同じ形状の赤玉３個，青玉２個，白玉２個，黒玉１個がある．これらの玉にひもを通して輪を作るとき，赤玉３個が隣り合う輪は何通りできるか．

(3) 定数 a, b が $0 < a < b$ であるとき，極限値 $\displaystyle\lim_{\varepsilon\to+0} \varepsilon \log(1 + e^{\frac{a}{\varepsilon}} + e^{\frac{b}{\varepsilon}})$ を求めよ．

(4) サイクロイドの１つの弧 $x = t - \sin t, y = 1 - \cos t, (0 \leqq t \leqq 2\pi)$ の長さ s を求めよ．

(5) B_n $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ を無限級数展開 $\displaystyle\frac{x}{e^x - 1} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_n}{n!} x^n$ で定義する．このとき，B_1 を求めよ．

(6) 次のべき級数の収束半径 r を求めよ．ただし，定数 α, β, γ は整数でない実数とする．

$$1 + \frac{\alpha\cdot\beta}{\gamma\cdot 1}x + \frac{\alpha(\alpha+1)\cdot\beta(\beta+1)}{\gamma(\gamma+1)\cdot 1\cdot 2}x^2 + \frac{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)\cdot\beta(\beta+1)(\beta+2)}{\gamma(\gamma+1)(\gamma+2)\cdot 1\cdot 2\cdot 3}x^3 + \cdots$$

(7) xy 平面上の領域 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leqq 1,\ x \geqq 0,\ y \geqq 0\}$ について，2重積分 $I = \displaystyle\iint_D xy\,dxdy$ の値を求めよ．

(8) 1階微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = 2y + \sin x$ に対して，すべての x の値で $|y| < 1$ を満たす特殊解 y を求めよ．

(1)		(2)	
(3)		(4)	
(5)		(6)	
(7)		(8)	

平成３０年度　専攻科入学試験問題及び解答用紙（学力）

一般科目　数学

受験番号	

2. 次の問に答えよ．ただし，正方行列 M に対して，転置行列を ${}^tM$，行列式を $|M|$ で表す．

(1) 対称行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ の固有値 λ と，対応する固有ベクトル $\boldsymbol{x}$ を求めよ．

(2) ${}^tTAT$ を対角行列とするような直交行列 T と対角行列 $D = {}^tTAT$ を求めよ．ただし，$|T| = 1$ とする．答えだけで良い．

(3) 2 次曲線 C: $x^2 + 2xy + y^2 + x - y = 0$ を原点の周りに θ $(-\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2})$ だけ回転させると，C は 2 次曲線 $y = ax^2$ になる．このとき，定数 a と θ の値を求めよ．

平成３０年度　専攻科入学試験問題及び解答用紙（学力）

一般科目　数学

受験番号	

3. a は定数とし，2 変数関数 $f(x,\,y) = xy(a-x-y)$ について，次の問に答えよ．

(1) $f(x,\,y)$ が極値をとり得る点 (x,y)(停留点) を求めよ．

(2) 次の a の値の場合のとき，$f(x,y)$ の極値と，対応する点 (x,y) を求めよ．

(i) $a > 0$

(ii) $a < 0$

(iii) $a = 0$

平成３０年度　専攻科入学試験問題及び解答用紙（学力）

一般科目　数学

受験番号	

4. 時刻 t における個体群 X, Y の個体数を $x(t), y(t)$ とする．このとき，X, Y の間の競争種モデル $\dfrac{dx}{dt} = x + y$,　$\dfrac{dy}{dt} = -x + y$ に対して，次の問に答えよ．

(1) 関数 $x = x(t)$, $y = y(t)$ の連立微分方程式から，$y(t)$ を消去して $x(t)$ の 2 階微分方程式 ① を構成せよ．

(2) 微分方程式 ① を用いて，初期条件 $x(0) = y(0) = 100$ を満たす特殊解 $x(t)$, $y(t)$ を求めよ．

(3) 初期条件 $x(0) = y(0) = 100$ の下で，先に絶滅する個体群とその時刻 T を求めよ．