

平成31年度 専攻科入学試験問題及び解答用紙(学力)

一般科目 数学

受験番号

1. 次の間に答えよ. 答えのみを解答欄に記すこと.

- (1) 10個の同じボールを異なる3つの箱A, B, Cに入れる. ボールを1個も入れない箱があっても良いとすると, 何通りの入れ方があるか.
- (2) 空間内に3点A(1, 2, 1), B(4, -1, 0), C(2, 3, -1)があるとき $\triangle ABC$ の面積を求めよ.
- (3) 3つのベクトル $(-1, 2, -1)$, $(2, 4, 5)$, $(4, 3, a)$ が線形従属になるように, a の値を定めよ.
- (4) 方程式 $xy = 1$ で表される平面上の双曲線を原点まわりに $\frac{\pi}{4}$ だけ回転して得られる図形を C とする. 図形 C を表す方程式を求めよ.
- (5) 円 $x^2 + (y - 2)^2 = 1$ の内部を x 軸まわりに回転してできる回転体の体積を求めよ.
- (6) 曲面 $z = 2x^2 + y^2$ 上の点 $(1, 1, 3)$ における接平面の方程式を求めよ.
- (7) $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ のとき, 関数 $z = xy$ の最大値と最小値, およびそれらを取る点の座標を求めよ.
- (8) 一階微分方程式 $\frac{dx}{dt} = \frac{x^2 + 2tx}{t^2}$ について, $x(1) = 1$ を満たす解を求めよ.

[解答欄]

(1)		(2)	
(3)		(4)	
(5)		(6)	
(7)		(8)	

平成31年度 専攻科入学試験問題及び解答用紙(学力)

一般科目 数学

受験番号

2. 数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ を次の連立漸化式で定める.

$$\begin{cases} x_n = x_{n-1} + 2y_{n-1} \\ y_n = 3x_{n-1} + 2y_{n-1} \end{cases} \quad (n \geq 1)$$

ただし, $x_0 = 1$, $y_0 = 0$ である. このとき次の問に答えよ.

- (1) $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix}$ を満たす行列 A を求めよ. 答えだけで良い.
- (2) 行列 A の固有値, 固有ベクトルを求めよ.
- (3) A^n を求めよ. ただし, n は正の整数である.
- (4) 数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ の一般項 x_n, y_n を求めよ.

[解答欄]

平成31年度 専攻科入学試験問題及び解答用紙(学力)

一般科目 数学

受験番号

3. 不等式 $x \geq 0, y \geq 0, \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1$ で表される xy 平面上の領域 D について、次の問に答えよ.

(1) 座標変換 $x = 3r \cos \theta, y = 2r \sin \theta$ を用いて、領域 D を $r\theta$ 平面上の領域 D' に書きかえよ. 答えだけで良い.

(2) ヤコビアン $J = \frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)}$ を求めよ.

(3) 2重積分 $I = \iint_D xy \, dx dy$ を求めよ.

[解答欄]

平成31年度 専攻科入学試験問題及び解答用紙(学力)

一般科目 数学

受験番号

4. 微分方程式

$$t^2 \frac{d^2x}{dt^2} + t \frac{dx}{dt} - x = 3t^2 \quad \dots\dots (*)$$

について次の間に答えよ.

- (1) 変数 t を $t = e^u$ と変換する. このとき, $\frac{dx}{dt}$ と $\frac{d^2x}{dt^2}$ をそれぞれ, t , $\frac{dx}{du}$ および $\frac{d^2x}{du^2}$ を用いて表せ.
- (2) (1) を用いて, 微分方程式 (*) を定数係数2階線形微分方程式に直せ.
- (3) (2) を用いて, 微分方程式 (*) の一般解を求めよ.

[解答欄]